

第14章 磁場の概念

磁気というものは、たいへん古い時代から知られており、紀元前5世紀頃には、トルコのマグネスの近くで採掘された石を吊すと一定の方向を向くことが知られていた。また、同じ頃、摩擦によって琥珀が帯電することが発見されたといわれている。電気と磁気は別の現象として独立に研究される時代が長く続き、19世紀初めまでの一般的な学説によれば、電気と磁気はまったく別のものであり、その関連を考えることは問題外のことであった。1819～1820年の冬にデンマークの物理学者エルステットは、公衆の前での展示実験で初めて電流による磁針の振れを発見した。この発見は偶然のものと思なされているが、この成果が後の電磁気学研究の発端になったことはよく知られている。このように電気と磁気は実験によって関連づけることが可能になったが、現代でも電気と磁気の関連性を導く理論はなく、電気と磁気の間には、理論的なギャップが存在するのである。すなわち、磁気とは何か、と問えば、磁石の存在を考えなければ、それは電流によってその周りに生ずるものである、ということの実験によりわかるが、何故、生じるのか、と問えば誰もわからないものなのである。

この理由について、この章では一つの解答を与えることにしよう。この解答は、われわれの重力理論の最も重要な部分として応用されるものである。

14.1 電流

運動している電荷のことを電流という。この定義から明らかのように、一定の電流 J は電荷 Q とその速度 v の積の形で表すことが可能である。すなわち、

$$J = Qv \quad (14.1)$$

電荷密度 ρ を使って書けば、電荷密度とは単位体積あたりの電荷量であるから、電荷密度とその速度の積は、単位体積あたりの電荷量の電流である。この電流は電流密度 j とよばれ、

$$j = \rho v \quad (14.2)$$

と書くことができる。

一般的に、電流は単位時間あたりに移動した電荷量で定義される。例えば、1本の導線の断面に dt 秒間に dQ の電荷が通過したとき、その断面を通過した電流 J は、

$$J = \frac{dQ}{dt} [C/s] \quad (14.3)$$

である。電流の単位量である[クーロン/秒]はよく知られた単位量である[アンペア]とよばれるのが普通である。単位量に関して、

$$[A] = [C/s]$$

と換算される。式(14.3)を積分型で書けば、

$$Q = \int J dt$$

であることも定義より明らかである。

電流密度 j は単位面積に単位時間あたりに通過した電流のことと考えることもできる。一定の速度で動く電流においては、変位 = 速度 × 時間の関係があり、時間を単位時間とすれば、変位 = 速度になる。この変位と通過した単位面積を掛けたものは体積であり、通過した全電流を体積で割ったものは電流密度になるからである。した

がって、一定の電流密度 j が面積 S の導線の断面に直交して通過する場合は、全体の電流はその面積に関する総和となり、

$$J = \int_S j dS$$

である。 j が断面に直交しない一般の場合は、ガウスの法則と同じように面積分となるから、

$$J = \int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} \quad (14.4)$$

と書くことができる。ガウスの発散定理によれば、任意のベクトル A に関して、

$$\int_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{A} dv$$

の関係があるから、式(14.4)は、

$$J = \int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{j} dv \quad (14.5)$$

と書くこともできる。

定常電流の流れているところに、表面積 S 、体積 V の任意の形をした閉曲面をとれば、体積 V 内の任意の点の電荷密度を ρ とすれば、その中に含まれる全電荷量 Q は、前章で述べたように、

$$Q = \int_V \rho dv$$

であった。電荷が閉曲面から流れ出るとすれば、その単位時間あたりの量は、式(14.3)で表され、偏微分の定義より、 $\frac{dQ}{dt}$ を $\frac{\partial Q}{\partial t}$ と書けば、

$$J = \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_V \rho dv \right) = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dv \quad (14.6)$$

と書くことが可能である。したがって、閉曲面内の電荷量は、単位時間あたりに、この量だけ減ることになる。すなわち、その量は、

$$J = -\frac{\partial Q}{\partial t} = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dv \quad (14.7)$$

である。また、この閉曲面から流れ出る電荷量は、式(14.4)でも表され、この量と式(14.7)の量は等しいから、

$$J = \int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{\partial Q}{\partial t} = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dv \quad (14.8)$$

の関係がある。式(14.5)より、

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{j} dv = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dv \quad (14.9)$$

と表すことができる。したがって、

$$\nabla \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (14.10)$$

である。この方程式は連続の方程式とよばれているものである。

14.2 質量の流れ

電流とまったく同じように質量の流れという概念を定義することが可能である。繰り返しになるが、新たな定義というものも多いから、省略せずに書くことにしよう。

運動している質量のことを質流とよぶことにしよう。質流は単位時間あたりに移動した質量で定義することができる。例えば、1つの断面に dt 秒間に dM の質量が通過したとき、その断面を通過した質流 J_g は、

$$J_g = \frac{dM}{dt} [kg/s] \quad (14.11)$$

で定義される。式(14.11)を積分型で書けば、

$$M = \int J_g dt \quad (14.12)$$

であることも定義より明らかである。質流という量は運動する質量に関する量であるから、力学でなじみの深い運動量というものの別形式の表現であると考えることができる。実際、質流は、

$$J_g = Mv \quad (14.13)$$

と書くことが可能であり、単位体積あたりの質流のことは質流密度 j_g とよび、単位体積あたりの質量のことを質量密度 ρ_g とよぶことにすれば、電流の場合と同じように、

$$j_g = \rho_g v \quad (14.14)$$

と書くことができる。

電流の場合と同じように、一定の質流密度 j_g が面積 S の断面に直交して通過する場合は、全体の質流は、その面積に関する総和をとればよいから、

$$J_g = \int_S j_g dS$$

である。 j_g が断面に直交しない一般の場合は、ガウスの法則と同じように面積分となるから、

$$J_g = \int_S \mathbf{j}_g \cdot d\mathbf{S} \quad (14.15)$$

と書くことができる。ガウスの発散定理によれば、式(14.15)は、

$$J_g = \int_S \mathbf{j}_g \cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{j}_g dv \quad (14.16)$$

と書くこともできる。

定常質流の流れているところに、表面積 S 、体積 V の任意の形をした閉曲面をとれば、体積 V 内の任意の点の質量密度を ρ_g とすれば、その中に含まれる全質量 M は、電荷の場合と同様に、

$$M = \int_V \rho_g dv$$

である。質量が閉曲面から流れ出るとすれば、その単位時間あたりの量は、式(14.11)で表され、偏微分の定義より、

$$J_g = \frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_V \rho_g dv \right) = \int_V \frac{\partial \rho_g}{\partial t} dv$$

と書くことが可能である。したがって、閉曲面内の質量は、単位時間あたりに、この量だけ減ることになる。すなわち、その量は、

$$J_g = -\frac{\partial M}{\partial t} = -\int_V \frac{\partial \rho_g}{\partial t} dv \quad (14.17)$$

である。また、この閉曲面から流れ出る質量は、式(14.15)でも表され、この量と式(14.17)の量は等しいから、

$$J_g = \int_S \mathbf{j}_g \cdot d\mathbf{S} = -\frac{\partial M}{\partial t} = -\int_V \frac{\partial \rho_g}{\partial t} dv$$

の関係がある。式(14.16)より、

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{j}_g dv = -\int_V \frac{\partial \rho_g}{\partial t} dv \quad (14.18)$$

と表すことができる。したがって、

$$\nabla \cdot \mathbf{j}_g + \frac{\partial \rho_g}{\partial t} = 0 \quad (14.19)$$

である。この方程式は連続の方程式である。重力の力学においても連続の方程式は成立している。

14.3 右ねじの法則

エルステットは電流による磁気を発見したが、この電流の向きと磁針の向きの関係は、電流の向きを右ねじに例え、磁針の向きをS極からN極を正方向とすれば、磁針の向きはねじを回す方向であるということが実験により発見された。この電流の向きと磁気の向きの関係を右ねじの法則という。磁針の向きが右ということは、磁針の向きをS極からN極を正方向と定義したことによるもので、磁針の向きをN極からS極を正方向と定義すれば、磁針の向きは左ということになり、このような定義をすれば、左ねじの法則ということになり、右か左かということに自然の本質的な意味はない。しかし、磁針の向きが右か左のどちらであっても、空間的に一定の方向に流れている電流に対して、その周りの磁場が対称ではないような結果をこの右ねじの法則は表明していることになる。例えば、電流が水中を動く長い棒で、磁気が周りの水であると想像すると、棒を直線的に棒の延長線上に動かせば、周りの水はその棒の運動方向の周りを右か左のどちらかに回りだすことになる。もし、磁気という

ものが本質的にこのようなものであるとすれば、とても不思議なものであり、人間の想像力の範囲を超えているように感じられる。

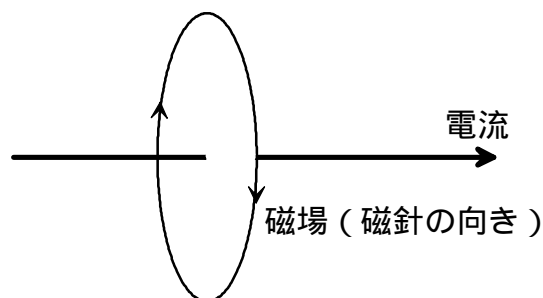


図14.1 右ねじの法則

実際に水中で棒を直線的に動かせば、周りの水は、その棒の運動方向の周りを右か左に回りだすことはなく、水の粘性などにより、棒の運動方向に引きずられて動き出す。水の運動は棒に近いほど速く動き、遠いほどゆっくり動くことになる。この水の流れの中に水車を置けば、その水車は回転することになる(図14.2)。この水車の回転軸を通り、大きさは水車の回転速度で、方向は水車の回転方向と右ねじの関係があるようなベクトルを考えると、このベクトルは棒の運動方向に対して、ちょうど右ねじの関係になっていることがわかる。このことは、棒の運動を電流と見なしたとき、このベクトルの向きは磁針の向きと同じであるということになる。

一般に磁気という概念は、電気に固有の概念であると考えられているが、このようなベクトルは水の流れや空気の流れなど流体に関する現象に必ず現れる数学的な量であるという結論をほとんど避けることはできない。実際、ここで挙げた水流の実験でも、このようなベクトルが存在することはここで述べたことで明らかとなっており、このベクトルは水流における磁氣的ベクトルであると考えることができる。

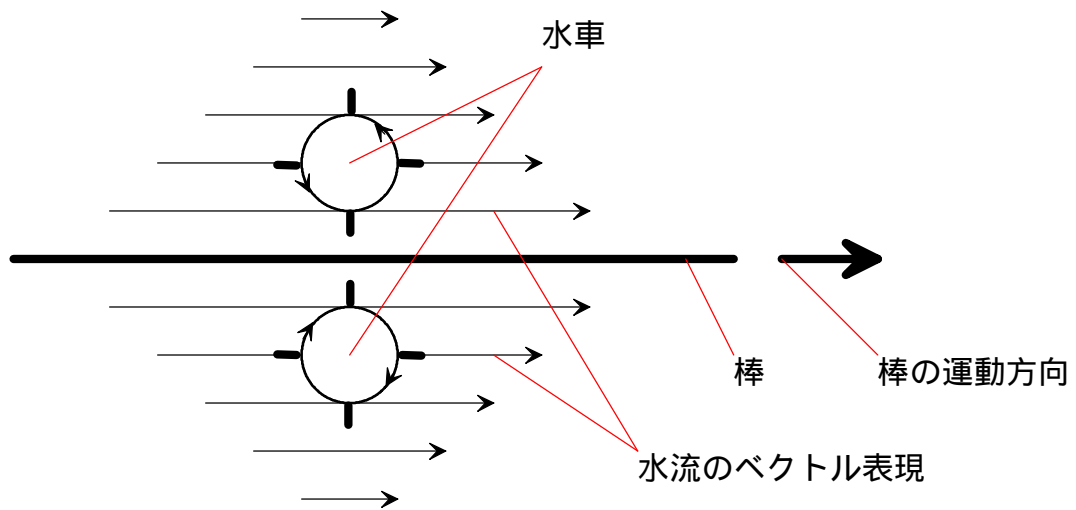


図14.2 磁場の本質

14.4 アンペールの法則

右ねじの法則は定常電流と磁気の間を定性的に述べるものであるが、この法則を含み定量的な関係を与える実験法則がアンペールの法則といわれるものである。アンペールの法則の表し方は種々あるが、その微分形は、

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} \quad (14.20)$$

ただし、 \mathbf{H} ; 磁場、 \mathbf{j} ; 電流密度

と書かれる。別の書き方として、 $\mathbf{H} = c^2 \epsilon_0 \mathbf{B}$ と置けば、

$$c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{\epsilon_0} \quad (14.21)$$

ただし、 c ; 真空中の光速、 \mathbf{B} ; 磁束密度

と書かれることもある。この物理的な意味は前項で述べた右ねじの法則のことであり、その数理的な表現が式(14.20)や式(14.21)ということであるが、力学的に説明するならば、角運動量という量を考えるのがよいであろう。角運動量は、次のように定義されている。

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{P} \quad (14.22)$$

ただし、 \mathbf{L} ;角運動量、 \mathbf{r} ;位置ベクトル、 \mathbf{P} ;運動量

このベクトル \mathbf{P} の始点を原点に、方向を z 軸に合わせれば、

$$\mathbf{P} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + |\mathbf{P}|\mathbf{k} = P\mathbf{k}$$

であり、 $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ とおくと、式(6.35)より、

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{P} = (x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}) \times P\mathbf{k} = Py\mathbf{i} - Px\mathbf{j}$$

である。 $\mathbf{L} = L_x\mathbf{i} + L_y\mathbf{j} + L_z\mathbf{k}$ と置けば、

$$L_x = Py, L_y = -Px, L_z = 0$$

である。ここで式(14.22)のrotをとれば、

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{L} &= \left(\frac{\partial L_z}{\partial y} - \frac{\partial L_y}{\partial z} \right) \mathbf{i} + \left(\frac{\partial L_x}{\partial z} - \frac{\partial L_z}{\partial x} \right) \mathbf{j} + \left(\frac{\partial L_y}{\partial x} - \frac{\partial L_x}{\partial y} \right) \mathbf{k} \\ &= 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + \left(\frac{\partial(-Px)}{\partial x} - \frac{\partial Py}{\partial y} \right) \mathbf{k} \\ &= 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} - 2P\mathbf{k} = -2\mathbf{P} \end{aligned}$$

である。 $\mathbf{L} = -2\mathbf{H}_g$ と置けば、

$$\nabla \times (-2\mathbf{H}_g) = -2\mathbf{P}$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_g = \mathbf{P}$$

と書くことができる。この式は式(14.20)と同じ形である。運動量という量の電気力学における対応する量は電流であるから、力学における運動量ベクトルの - 2 倍のベクトルは、電気力学における磁場のrotに対応する量であることがわかる。

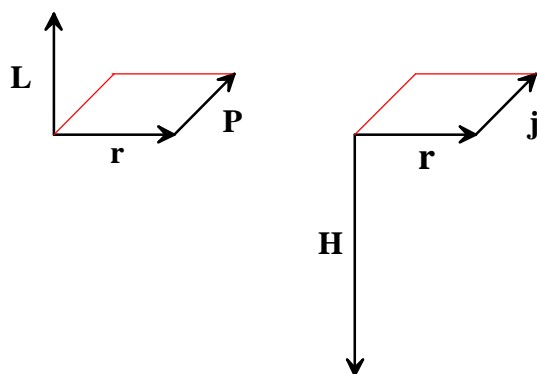


図14.3 角運動量と磁場

すなわち、式(14.20)の別形式の表現は、

$$\mathbf{H} = -\frac{1}{2}\mathbf{r} \times \mathbf{j} \quad (14.23)$$

である。磁場とは電流とその位置ベクトルのベクトル積に $-\frac{1}{2}$ を掛けた量であり、数学的に磁場的なベクトルを定義するには任意のベクトルとその位置ベクトルのベクトル積をとればよく、このような磁場的なベクトルはあらゆるベクトルに対して定義することが可能である。

14.5 電氣的な磁場の数学的導出

磁場という概念は電氣的な現象に限らないことが前項で確かめられた。これからは、電気力学でいう磁場のことを、その他の磁場と区別するために電氣的な磁場とよぶことにしよう。

電氣的な磁場の発生は電荷の運動によっておこると考えられている。電気力学においては、磁場を含まない形式の静電気学と、磁場を含む形式の電気磁気学に大きく2分して扱われる。ここでいう静電気学と電気磁気学とは理論的に自然なつながりはなく、電気磁気学の理論的出発点は、エルステッドの電流による磁気の発見という実験に端を発している。

磁場の発生が、電荷の運動によって起こることは明らかであるのに、その運動速度がゼロである静電気学と、運動速度を持っただけの電気磁気学に自然な理論的つながりがないのは、不自然な感じを受ける。この関係を理解することによって、磁場の発生を理論的に説明できよう。そして、より電気力学の法則を完全なものとすることができると思われる。14.3では、磁場の本質を現象面から考察し、14.4では磁場的なベクトルは単に定義の問題であることも述べた。だから、電流のようなベクトルがあれば、磁場的なベクトルを定義できるということに疑いはない。しかし、磁場的なベクトルは空間的な拡がりを持っているが、電流ベクトルというものは、導線の中を流れる局所的なものであり、空間的な拡がりを持っているものであると見なすことはできない。電気力学で空間的な拡がりを持つものは電場 E であるから、磁場とは電場の運動に関する量であると考えの方が、現象の認識という面では優れている。計算はやや面倒であるが、次には動いている電場というものを考えることにしよう。

静電場においては、次の2つの式が得られている。

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi \quad (14.24)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (14.25)$$

ただし、 E ; 電場ベクトル、 φ ; 電位、 ρ ; 電荷密度、
 ε_0 ; 真空中の誘電率

これらの方程式を出発点とする。ある座標系 S' での静電場が E であらわされるものとし、別の座標系 S から見て S' が一定の相対速度 v で運動しているとする。ここで述べることは、 S' が実際に動いているか、いないかということは問題にしないことにしよう。ここで述べることは基本的に数学的で、相対運動における相互作用について述べるものではなく、列車から見ると駅はどう見えるかといったことと同じことであり、どちらの場合でも成立することだと考えられるからである。

S から S' を見た量として、 $v \times E$ を考える。このベクトル積を X と置けば、

$$X = v \times E \quad (14.26)$$

である。このベクトル方程式の商の存在の必要十分条件は、 $v \cdot X = 0$ で v と X が垂直の場合である。このとき、その商は、

$$E = \frac{X \times v}{v^2} + kv \quad (14.27)$$

ただし、 k は任意の定数、 $v^2 = v \cdot v$

となる。 $k=0$ と置き、この項を無視すれば、式(14.27)は、

$$v^2 E = X \times v \quad (14.28)$$

となる。式(14.28)の両辺に div をとれば、

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{v}^2 \boldsymbol{E}) = \nabla \cdot (\boldsymbol{X} \times \boldsymbol{v}) \quad (14.29)$$

式(14.29)の両辺についてそれぞれ計算すれば、

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{v}^2 \boldsymbol{E}) = \nabla \boldsymbol{v}^2 \cdot \boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}^2 \nabla \cdot \boldsymbol{E}$$

\boldsymbol{v} は一定であるから、 $\nabla \boldsymbol{v}^2 = 0$ 、よって

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{v}^2 \boldsymbol{E}) = \boldsymbol{v}^2 \nabla \cdot \boldsymbol{E}$$

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{X} \times \boldsymbol{v}) = \boldsymbol{v} \cdot \nabla \times \boldsymbol{X} - \boldsymbol{X} \cdot \nabla \times \boldsymbol{v}$$

\boldsymbol{v} は一定だから、式(11.52)より、

$$\nabla \times \boldsymbol{v} = 0、よって$$

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{X} \times \boldsymbol{v}) = \boldsymbol{v} \cdot \nabla \times \boldsymbol{X}$$

となる。したがって、式(14.29)は、

$$\boldsymbol{v}^2 \nabla \cdot \boldsymbol{E} = \boldsymbol{v} \cdot \nabla \times \boldsymbol{X} \quad (14.30)$$

となる。さらにこの商は、 $\boldsymbol{v} \neq 0$ であるから求めることができ、

$$\nabla \times \boldsymbol{X} = \frac{\boldsymbol{v} \boldsymbol{v}^2 \nabla \cdot \boldsymbol{E}}{\boldsymbol{v}^2} + \boldsymbol{k} \times \boldsymbol{v} \quad (14.31)$$

ただし、 \boldsymbol{k} は任意のベクトル

となる。 $\boldsymbol{k} = 0$ と置き、この項を無視すれば、式(14.31)は、

$$\nabla \times \boldsymbol{X} = \boldsymbol{v} \nabla \cdot \boldsymbol{E} \quad (14.32)$$

式(14.25)は動いている電場においても成立する。したがって、式(14.32)に式(14.25)を代入することができ、

$$\nabla \times \mathbf{X} = \frac{\rho \mathbf{v}}{\epsilon_0} \quad (14.33)$$

$\mathbf{X} = c^2 \mathbf{B}$ とおき、電流密度 $\mathbf{j} = \rho \mathbf{v}$ を代入すれば、式(14.33)は、

$$c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{\epsilon_0} \quad (14.34)$$

ただし、 c は真空中の光速度

と書くことができる。この式はアンペールの法則と同形であり、このような計算結果から、ベクトル \mathbf{B} は磁場をあらわすものであると考えられる。このことは、運動している電場を考えることにより、数学的に電流と磁場の関係法則を導き出すことができると考えられる。

14.6 重力的な磁場

流体力学的な磁場や電氣的な磁場の他に、このような現象は存在するのであろうか。もし、磁氣的な現象というものが、流体に関する現象に必ず現れる数学的概念であるとすれば、重力場においてもこのような概念は存在しているものと考えることができる。

14.5で得た磁場と電流の関係式(14.34)は、式(14.24), (14.25)から導かれたものであった。静的な重力場の方程式(13.24), (13.25)は、式(14.24), (14.25)とまったく同様の形式である。したがって、まったく同様の計算によって、

$$c^2 \nabla \times \mathbf{B}_g = \frac{\mathbf{j}_g}{G_0} \quad (14.35)$$

ただし、 c ; 真空中の光速度、 \mathbf{B}_g ; 重力場における磁氣的ベクトル

$\mathbf{j}_g = \rho_g \mathbf{v}$; 質量の流れの密度

を得ることができる。ここで c は形式を合わせるためにただ便宜的においた。この式は電気力学におけるアンペールの法則と同じ形である。したがって、ベクトル B_g は重力場における磁氣的ベクトルを表すものであり、静的な重力場の運動を考えることにより、磁氣的なベクトルの存在を理論的に示すことができたと考えることができる。このベクトル B_g のことを重力的な磁場とよぶことにし、この方程式(14.35)を重力場におけるアンペールの法則とよぶことにしよう。

14.7 流体力学的な磁場

前項までの議論で、磁場という概念が何か数学的なものであり、電気以外の現象においても類似の概念が存在することが確かめられた。しかし、電気力学における重要な現象は磁場ではなく、磁力であり、問題は磁力的な現象が電気以外においても存在するか、ということなのである。

平行に設置された2本の導線に同方向に電流を流せば、2本の導線は互いに引き合い、反対方向に電流を流せば互いに斥け合うことを観測することができる(図14.4)。

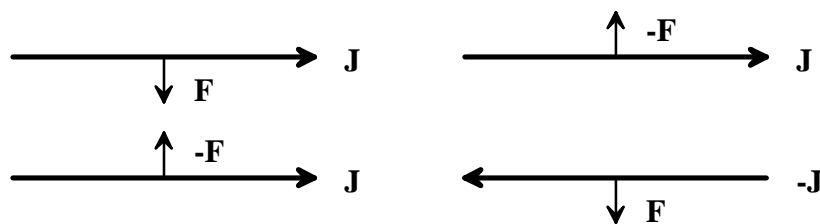


図14.4 電流の向きと力の向き

2本の導線の間には力が生じており、この力が磁力である。また、円形コイルでも同じような現象を観測することができる。円形コイルを軸を同一とし、平行に置き、同一の方向に電流を流せば、2つ

のコイルは互いに引き合い、反対方向に電流を流せば互いに斥け合うことを観測することができる(図14.5)。

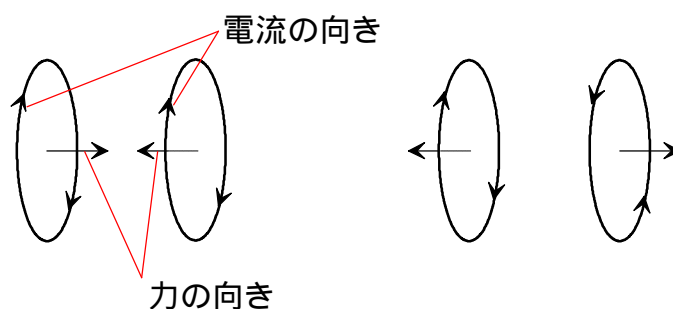


図14.5 円形コイル間の力

このような現象とまったく同じような現象が流体における実験によって観測することができる。2枚の紙を平行に垂らし、その間に息を吹きつけると紙はどうなるか。普通に考えると、息を吹きつけると紙は風によって押されるから、2枚の紙は離れようとするだろうと考えることは理に適っていると思われる。しかし、実験によれば、よく知られているように2枚の紙は近づこうとする。それは何故か。息を吹きつけることによって、紙と紙の間は空気の流速が速くなるが、これと反対に気圧が下がるため、紙と紙は近づこうとするのである。この原理を使って飛行機が飛んでいることもよく知られていることである。

2本の軽いロープを平行に同方向に速く動かせば、空気の粘性によって、まわりの空気はロープに引きずられて動きだす。このとき、ロープとロープの間の空気は、双方のロープによる力を受けるから、ロープ間以外の場所の空気より、多くの力を受ける。したがって、ロープ間の空気はロープ間以外の空気より、速く動くことになる。ロープ間の空気が速く動くことによって、ロープ間の気圧はロープ間以外の気圧より低くなり、ロープは互いに引き合うことが観測されることになる。

2本のロープを反対方向に動かせば、双方のロープの空気を押す力はロープ間で打ち消されることになるから、今度は逆に、ロープ間の気圧がロープ間以外の気圧より相対的に高くなり、ロープは斥け合うように観測されることになる。

同じように、軸を同一とした2つの軽い円盤を同方向に回転させれば、円盤は互いに引き合い、反対方向に回転させれば、円盤は互いに斥け合うことを観測することができる。

これらの現象は、導線に流れる電流による磁力の場合とほとんど同じである。このような現象に対して、流体力学的な磁力であると呼ぶことにためらいは感じない。流体力学的な現象においても磁力的な現象は存在するということができる。

電氣的な磁力では、2本の導線は互いに引き合うといったような遠隔作用的な表現が用いられているが、流体力学的な磁力を考えると、2本のロープは互いに引き合っているのではなく、周りの空気の圧力差によって力を受けていることがよくわかる。電氣的な磁力も電氣的な圧力差が空間に生じているからであると考えることができる。

遠隔作用的な考えは、常に"互いに"といった本質的でない表現を用いることになり、現象の理解の妨げになっている。例えば、流体力学的な磁力とは単に周りの空気の圧力差のことであるが、遠隔作用的にはこのように簡単に表現することはできない。近接作用的には、流体力学的な磁力は周りの空気の圧力差のことであると述べることができる。

野球のカーブボールが何故曲がるのか、と考えるとき遠隔作用的に説明することはほとんど不可能であるが、近接作用的に説明するのは容易である。野球のカーブボールが曲がるのは、ボールの回転による周りの空気の流れと、ボールの進行方向と逆向きの相対的な風の合成によって、ボールの周りには空気の圧力差が生じボールは曲がるのである(図14.6、図は流体の複雑性は無視している)。

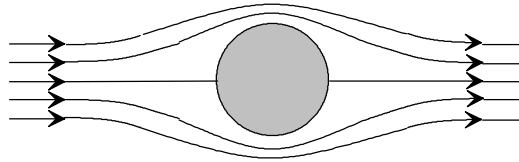


図14.6(a) 回転せずに飛んでいるボールの周りの流れ

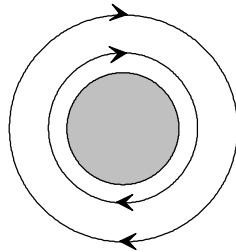


図14.6(b) 回転しているボールの周りの流れ

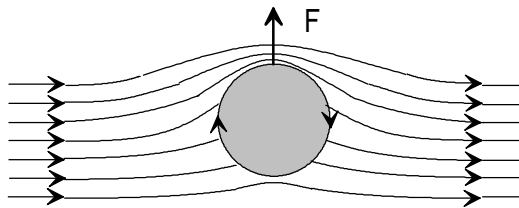


図14.6(c) 回転しながら飛んでいるボールの周りの流れ

このとき"互いに"という言葉は一切用いられないが、このボールに働く力と2本のロープの間に働く力に本質的な違いがないことは明らかである。すなわち、この野球のカーブボールのような現象が見いだされれば、そこには磁力的な効果があるということができる。

14.8 重力的な磁力は存在するか

式(14.35)により表現されたベクトル B_g は、単に一つの点とみなせる質量が、一定の速度で運動しているときの周りの場について、数学的に表現されたもので、物理的に興味深い重力的な磁場間の力（重力的な磁力）については、何一つ述べるものではない。すなわち、電氣的な磁場では、電氣的な磁力の効果があったが、式(14.35)からは、このような効果の存在を予言することはできない。逆に言えば、このような効果と関係なく式(14.35)は成立する。

電氣的な磁力は、いわゆる実験により確かめられたものであり、理論的に求められたものではない。重力的な磁力も実験により確かめるべきものである。自然はこの力が存在することを示す証拠を提示してくれている。

ジャイロはなぜ歳差運動するのかといったことは、現代の知識においても本質的な理由はわかっていない。このような現象が、発見されてから既に何百年あるいはそれ以上経過していると思われるが、物理学者は、何ら回答を与えられずにいる。ジャイロの現象は、従来、重力の理論として扱われていたものではない。しかし、ジャイロは地球に対して一定の向きを保とうとすることから、重力と相互作用していると考えられ、ジャイロは一つの回転重力場であるとみなすことができる。このように考えると、ジャイロの現象は、重力の理論として扱われるべきものである。

前項における流体力学的な磁場の考察において、その磁力の正体は、単に空間における流体の流れの合成による相対的な速度差に伴う圧力差であった。一定の方向の風の中で回転する重力の影響が無視できるような軽い球には、流体力学の知識によれば力が働く。これは野球のカーブボールと同じである。このような現象は、地球重力を上から下向きへの一定の風、ジャイロを回転する球とみなせ

ば、重力場においても存在していることが実験により確かめられている(図14.7)。

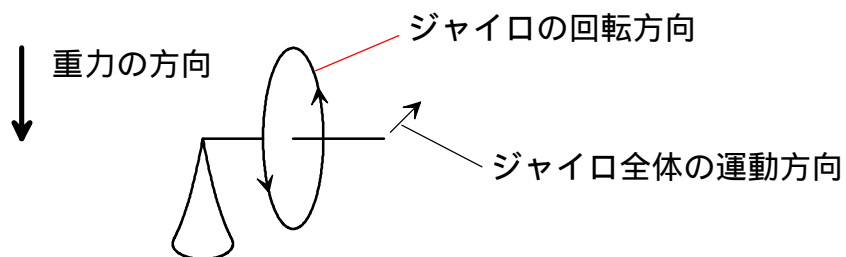


図14.7(a) ジャイロの運動

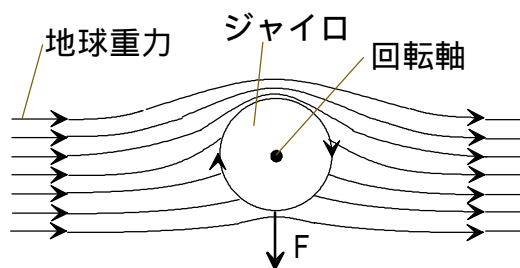


図14.7(b) 地球重力場内のジャイロに働く力

ジャイロの歳差運動は、地球重力とジャイロによる回転重力場の重ね合わせによる何らかの重力場の圧力差であると考えれば、説明することができる。ただし、流体力学における力が、速度が大きくなつた方へ相対的に力が働くのに対し、実験によれば、重力における力は、流体力学的な磁力と反対に、ジャイロの軸を地球の水平面に対して平行に置き回転させた場合、下向きの地球重力場とジャイロの回転方向が重ねられ増幅された方から相対的に小さい重力場へ力が働く。

実際、流体力学的な磁力的現象と重力的な磁力的現象の類似性には特筆に値するものがある。ピンポン球のような、軽い重力の影響が無視できるようなものを回転させ、一定の風の中で軸の方向を様々に変化させると、ピンポン球は様々な方向に力を受ける。この力の方向と地球上でのジャイロの軸を様々に変化させたときのジャイロの受ける力の方向は、基本的な力の方向が反対ということを考慮すれば、極めてよく似ている。例えば、弾丸は進行方向と平行に回転軸をとり回転させるとまっすぐ飛び安定するが、このことはジャイロの回転軸を地球の重力の方向と平行にするとジャイロはより安定して回転するのと同じである。このような効果は重力的な磁力が存在する一つの証拠である。

重力的な磁力は流体力学的な磁力と反対に、重力的な圧力が増幅された方から相対的に小さい方へ向けて力が働く。したがって、回転軸を同一にした2つのジャイロを同一方向に回転させると2つのジャイロは互いに斥け合い、反対方向に回転させると引き合うと予想される。しかし、この実験を地球上で行っても、ジャイロは地球重力とより強く反応してしまうため、顕著な効果は確認できないだろう。もし、厳密にこのような実験を行いたいならば、無重力空間の真空中で行うべきである。

14.9 重力による推進装置

流体力学的な磁力を利用した推進装置というものはあるであろうか。勿論、プロペラは使ってはいけない。プロペラは流体力学的な磁力を使っているものではない。

このような装置は、例えば、飛行機の翼を回転させたようなものであり、円錐のような形状のものを頂点から低円の中心を軸にとり回転させればよい。どうしてこのような形状の物体を回転させると揚力を発生するのかは円錐の頂点側と低円側の表面積の違いによって生ずる。すなわち、頂点側は低円側より、表面積が広く、それだけ多くの力を周りの空気に与えることができるからである。したが

って、頂点側の気圧は低円側の気圧より、低くなり低円側から頂点側へ向けて揚力が発生するのである。ただし、この装置は次に述べる理由で軽くしなければならない。

このような方法を重力的な磁力で応用するとどうなるか。質量分布が円錐状のようなものを円錐の頂点から低円の中心を軸にとり回転させると、力の方向は流体力学的な磁力と反対であるから、重力的な磁力は、円錐の頂点側から、低円側に向けて発生すると予想される。実際に実験してみるとこの力は発生した。実験の方法は、市販の玩具の直径5 cm程度のジャイロの軸の一方に5円玉を5枚程度テープで固定し、研磨用のグラインダーを軸に接触させ、高速回転させてみたところ、ジャイロは質量分布の大きい方から小さい方へ向けて動いたのである。この実験は、小学生でもできるような簡単な実験であるから、嘘だと思う人は自分でやってみればよい。

流体力学的な装置を軽くしなければならないと言ったのは、この理由からで、流体力学的な磁力と重力的な磁力では方向が反対だったからである。

この実験のようにジャイロによって重力的な磁力が発生し、ジャイロが動いたからといってそれがどうした、と思われるかもしれない。しかし、このことは重力を制御する方法を人類は手に入れたことを意味している。重力制御は可能である。このことは断言できる。実験により確かめられたことだからである。

14.10 重力場におけるアンペール・マクスウェルの法則

重力場におけるアンペールの方程式(14.35)に戻り、方程式をアンペールの法則の非定常形式であるアンペール・マクスウェルの方程式 $c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{\epsilon_0} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ の形式に拡張し、重力場への類推的な適用を考えよう。

マクスウェルはアンペールの法則を書き換えてこの方程式を得たが、マクスウェルのとった方法と同様に重力場におけるアンペール

の法則を考えることができる。このことによって、その非定常形式である重力場における方程式が導かれる。

(1) マクスウェルの方法によるアンペールの法則の非定常形式への書き換え（電気力学）

マクスウェルがアンペール・マクスウェルの方程式を得る前では、電流と磁場の関係式はアンペールの法則

$$c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{\epsilon_0} \quad \text{再(14.21)}$$

があるのみであった。マクスウェルは式(14.21)の両辺にdivをとると、

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = 0$$

であるから、

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = 0 \quad (14.36)$$

となることが奇妙であると気付いた。実際、方程式、

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad \text{再(14.10)}$$

となることは電流 \mathbf{j} の定義のようなものであり、式(14.21)は一般的な形ではないと考え、次のように修正した。

$$c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{\epsilon_0} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (14.37)$$

この式にdivをとると、

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \frac{\mathbf{j}}{\varepsilon_0} + \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{E} &= 0\end{aligned}\tag{14.38}$$

ガウスの法則

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

を式(14.38)に代入すれば

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

となり、式(14.10)と一致する。このことから式(14.37)は正しいものと考えられ、現在でも式(14.37)に矛盾した現象は発見されておらず、式(14.37)は一般に認められている。

(2) 重力の力学への適用

重力場におけるアンペールの法則は既に述べたように、電気力学と同様の形式で既に得られている。再び書けば、

$$c^2 \nabla \times \mathbf{B}_g = \frac{\mathbf{j}_g}{G_0}\tag{再(14.35)}$$

また、式(14.19)から、連続の方程式は、

$$\nabla \cdot \rho_g \mathbf{v} = -\frac{\partial \rho_g}{\partial t}\tag{再(14.19)}$$

が得られており、 $\mathbf{j}_g = \rho_g \mathbf{v}$ と置くことができるから、式(14.19)は式(14.38)と同様の形式である。電気力学で得られた結論をそのまま重力の力学に持ち込むことができないのは当然であるが、式(14.35)および式(14.19)が表わす場の方程式としての数学は電気力学のそれとまったく同様であり、この場合は、数学的に、マクスウェルのとった方法と同様の操作が可能であると考えられる。したがって、マクスウェルの方法と同様に式(14.35)を書き換えれば、

$$c^2 \nabla \times \mathbf{B}_g = \frac{\mathbf{j}_g}{G_0} + \frac{\partial \mathbf{E}_g}{\partial t} \quad (14.39)$$

と書くことができる。この式にdivをとれば

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \frac{\mathbf{j}_g}{G_0} + \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{E}_g}{\partial t} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{j}_g + G_0 \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{E}_g &= 0 \end{aligned} \quad (14.40)$$

である。重力場におけるガウスの法則は $\nabla \cdot \mathbf{E}_g = \frac{\rho_g}{G_0}$ であるから式(14.40)は、

$$\nabla \cdot \mathbf{j}_g = -\frac{\partial \rho_g}{\partial t}$$

となり、式(14.19)と同形である。このようなことから、重力場におけるアンペールの法則の非定常形式であるアンペール・マクスウェルの法則は式(14.39)の形であると考えられる。この方程式は電気力学におけるアンペール・マクスウェルの法則とまったく同じ形であるが、場を表現する方程式がまったく同様の形式であることはめずらしいことではない。この場合に限って言えば、マクスウェルの方法と同じ数学を用いて得られた結論であるから、まったく同様な形式であることは当然である。この式(14.39)を重力場におけるアンペール・マクスウェルの方程式とよぶことにしよう。

14.11 磁場と相対性理論

磁場というものは相対性理論の効果であると言われることがある。このような考えは物理学者の主流であると言ってもいいであろう。その基本的な考えは、電流というものが、正電荷と負電荷が逆方向に同じ速度で動いているものであると見なすと、導線に対して静止している観測者から見れば、正電荷と負電荷の相対速度はゼロになり、電場はゼロになるが、導線の周りを動いている電荷から見れば、正電荷と負電荷の速度は同じではなくなり、相対論的な縮みによって、正電荷と負電荷の密度が異なり、このことによって、動いている電荷から見れば、そこには電場が生じ、動いている電荷は力を受ける。この力こそ磁力であるというものである。

しかしながら、磁場というものを相対論的立場で考えると矛盾が生ずる。帯電している物体を動かせば、電流と見なせ、実際に磁場をつくることは、マクスウェルが提唱し、ローランドの実験によって確かめられている。例えば、 q_1, q_2 の同一の符号で同じ大きさの電荷が、平行に同じ速度で動くなれば、平行に流れる2つの同じ電流 j_1, j_2 と見なすことができる。同一方向に流れる電流は実験によれば、引き合うから、この場合 j_1 と j_2 は互いに引き合うことになる。ところが、相対論的立場で考えれば、 q_1 と q_2 の相対速度はゼロであるから、 q_1 から見て q_2 は静止しており、 q_2 から見て q_1 は静止していることになる。静止している同符号の電荷の間に働く力はクーロンの法則によれば、斥力が働くから、 q_1 と q_2 は互いに斥け合うことになる。相対論的に考えると、実験室に静止している観測者には j_1 と j_2 は引き合うから、 q_1 と q_2 は近づくように見えるが、 q_1, q_2 といっしょに動く観測者にとっては、 q_1 と q_2 は離れるように見えることになる。このようなことを相対論者は肯定するかもしれないが、われわれには深刻に矛盾しているように思える。

われわれの流体力学的な考えによれば、このような矛盾は生じない。例えば、ガウスの法則によれば、正電荷を放射状に水を一定の割合で放出しつつける源と見なすことができるが、この同じ放出量を持つ2つの水源 w_1, w_2 を並べて静止させておけば、2つの水源間の水流はお互い打ち消し合うことになるから、水源間の水の速度は遅くなり、水の圧力は他の場所より相対的に高くなる。したがって、2つの水源には斥力が働く。

次に水源 w_1, w_2 を同じ速度 v で動かすと、 w_1 から出る水と w_2 から出る水のベクトルと運動の速度ベクトルが合成されることになり、水源が停まっている場合と逆に、水源 w_1 と w_2 の間が最も強く増幅され、水流が速くなり、水源間の圧力が他の場所より相対的に低くなる。したがって、動いている水源には引力が働くのである(図14.8)。

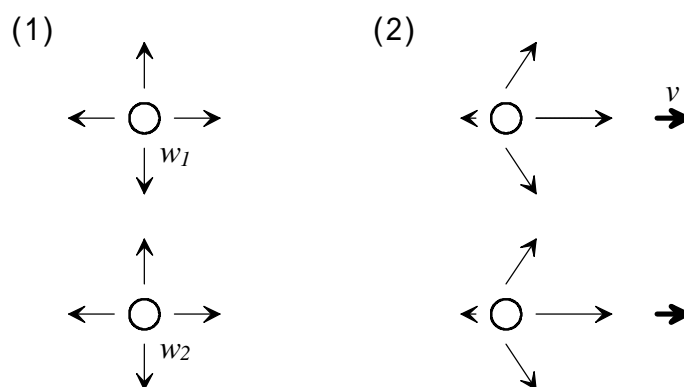


図14.8 運動しているベクトルの合成

このような考えを電荷に適用すれば、相対論者のようなおかしい理屈をこねる必要はなくなるだろう。動いている電場と電場が伝わる空間が完全に随伴するならば、図14.7(1)のように斥力となり、完全に随伴しないならば、電場は置き去りにされるのであるから、電荷には何の力も働かないことになる。磁力が存在するときは、この中間的な状態であると考えられる。

