

## 第15章 ファラデーの法則の重力的な表現

---

電気力学と重力の力学はたいへんよく似ているが、わずかに違う点はある。この章ではこの違いについて見いだすことにするが、このわずかな違いによって、重力の力学では電気力学とは異なる興味深い結果を得ることができる。その結果とは重力の力学に関してはエネルギーは保存されなくなるということであり、永久機関の存在を肯定するものである。また、この結果を使えば、ガリレイの時代からの未解決の問題である土星の輪がなぜできるのかといった疑問に答えることができるだろう。

この章の構成も、前半で電気力学について述べ、後半で重力の力学に適用するという方法を取ることにしよう。

### 15.1 静電分極

電荷を帯電していない導体に近づけると導体では、正負の電荷の偏りが生じる。このことを静電分極という。なぜ、このような現象が起こるのかと言えば、帯電していない導体というものには、同数の正負の電荷が巨視的には偏りなく存在しており、正負の電荷はそれぞれ電場を打ち消し合うので全体として導体には電荷がないように観測されるが、この導体に外部から電荷を近づけると、新たに加わったクーロン力によって、導体の電荷に偏りが生じるのである。

電荷に偏りが生じるということは、その導体において電流が生じたということもできる。近づける電荷を動かすのをやめると、導体の電流はなくなり、分極が保たれる。分極された電荷は、電場をつくる。この電場を分極電場 $E'$ とよぶことにしよう。外部から加えられている電場を $E$ とすれば、全体の電場 $E_a$ は重ね合わせの原理が成り立ち、 $E$ と $E'$ の和である。すなわち、

$$E_a = E + E' \quad (15.1)$$

である。導体内部においては、電荷の移動がないのであるから、 $E + E' = 0$ であり、

$$E = -E' \quad (15.2)$$

となり、電場と分極電場は大きさが同じで方向が反対である。導体内部の場は $E$ と $E'$ が打ち消し合うことによって合成電場はゼロになる。

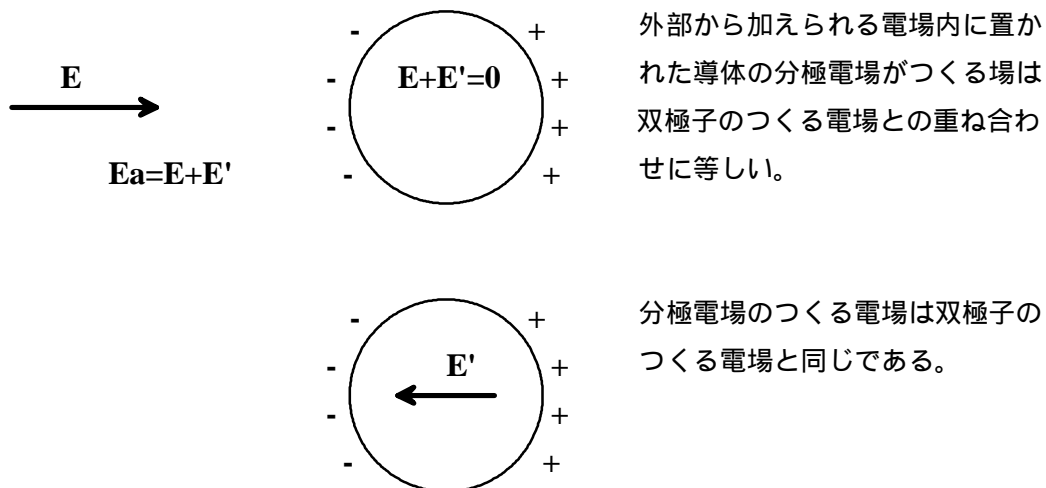


図15.1 分極

## 15.2 磁気誘導

物質を磁場内に置くと、その物質の両端に磁極が現れる。このような現象を磁気誘導という。このとき物質内部では、外部から加えられた磁場 $B$ と逆向きの磁場 $B'$ が生じると考えられており、全体の磁場 $B_a$ は、これらの磁場の和として与えられる。すなわち、

$$\mathbf{B}_a = \mathbf{B} + \mathbf{B}' \quad (15.3)$$

である。磁場は電流によって生じると考えられているから、磁場内に置かれた物質内部で、誘導磁場 $\mathbf{B}'$ が生じたということは、物質内部で電流が生じたと考えることができる。 $\mathbf{B}'$ と $\mathbf{B}$ は逆向きであるから、 $\mathbf{B}'$ は $\mathbf{B}$ を弱めるように働く。磁場内に置かれた物質が導体で、物質が磁化されておらず、 $\mathbf{B}$ が変化しないならば、導体内部において、 $\mathbf{B}_a = 0$ 、すなわち

$$\mathbf{B} = -\mathbf{B}' \quad (15.4)$$

となっていなければならない。もし、 $\mathbf{B}_a \neq 0$ であるとすると、導体内部において電流があることになるから、磁場内に導体を置けば、その導体で打ち消されていない電流が存在することになり、その導体は起電力を持つことになるからである。

このような現象は、静電分極の現象によく似ている。磁場は電流によって生じ、電流は電場によって生ずるから、磁場内に置かれた物質内部で誘導磁場が生じたということは、物質内部に電場があったからである。電場を生じさせるものは、クーロンの法則で与えられる電荷の基本的な性質によるものであるから、磁気誘導の現象も電荷の基本的な性質によって生ずると考えることができるだろう。

### 15.3 磁束

電場において電束を考えたように、任意の面を通り抜ける磁場の量を考えよう。任意の面を通り抜ける磁束密度の量は、その面積分で与えられ、

$$\phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (15.5)$$

と書くことができる。この $\phi$ のことを磁束という。

この曲面が磁場発生の源を内部に含んだ閉曲面であるとする、

$$\int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (15.6)$$

ただし、 $S$ は閉曲面

であり、全体の磁束の量はゼロである。磁場には電荷に相当する磁荷のようなものは存在せず、電荷のような湧点がないからである。

ガウスの発散定理

$$\int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{B} dv$$

から、式(15.6)は、

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{B} dv = 0$$

であるから、

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (15.7)$$

と書くことができる。この方程式は磁場には湧点のないことを示すものである。

#### 15.4 ファラデーの法則

互いに近くに置いた2つの回路 $A, B$ があり、 $A$ には電流計が接続してあり、 $B$ には電池とスイッチが接続してあるとする。ここで、 $B$ のスイッチを入れ電流を流すと、 $A$ の電流計が振れるのを観測することができるが、電流計の振れは瞬間的で、すぐに電流計の振れは

止まる。次にBのスイッチを切ると、Aの電流計は瞬間的に振れるが、スイッチを入れたときと電流計の振れは反対である。このようにBの電流を流したり切ったりしたときに、その近くにあるAで電流が流れたのであるから、Aでは瞬間的な起電力があったと考えることができる。この起電力の大きさは、Bの電池の起電力の大きさに比例し、Bに大きな電流を流せば、より大きくAの電流計が振れるのを観測することができる。

また、Bのスイッチを入れたままにして、Aに近づけたり、離したりした場合でも、Aの電流計が振れるのを観測することができる。Bの代わりに永久磁石を使っても、同じことを観測することができる。

このような実験から、「ある回路に鎖交する磁束が時間的に変化するとき、その回路に磁束の変化に比例した起電力が生じる」と考えることができる。このような現象を発見したのはファラデーで、この現象はファラデーの法則あるいは電磁誘導の法則とよばれている。

また、「電磁誘導によって生ずる起電力は、磁束変化を妨げる電流を生ずるような向きに発生する」ということも言える。このような言い表し方はレンツの法則とよばれている。

このような現象を数式で表せば、

$$e = -\frac{d\phi}{dt} \quad (15.8)$$

ただし、 $e$  ; 回路に生ずる起電力、 $\phi$  ; 磁束

と書くことができる。負の符号はレンツの法則の数式による表現である。

この式は、式(15.5)から、

$$e = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (15.9)$$

と書き換えることができる。閉回路 $c$ に沿った電場 $E$ の合計は、その接線の周回線積分、

$$\oint_c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

と書くことができ、起電力 $e$ はこの起電力によって生じたと考えることができるから、

$$e = \oint_c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \quad (15.10)$$

と書くことができる。式(15.9)と式(15.10)より、

$$\oint_c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (15.11)$$

である。この方程式はファラデーの法則の積分形式による表現である。

ストークスの定理

$$\oint_c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \nabla \times \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

を用い、 $\frac{d}{dt}$ を $\frac{\partial}{\partial t}$ に書き換えれば、

$$\int_S \nabla \times \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

と書くことができる。移項すれば、

$$\int_S (\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}) \cdot d\mathbf{S} = 0$$

となり、

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (15.12)$$

である。この方程式はファラデーの法則の微分形式による表現である。

この方程式において磁束密度 $\mathbf{B}$ が時間的に変化しない場合は、

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (15.13)$$

となり、起電力は生じないことになるが、このとき回路を流れる電流が全くないというものではない。この状態は、15.2で述べた磁気誘導の状態と同じであり、回路内には誘導磁場が生じており、この誘導磁場と外部から加えられる磁場 $\mathbf{B}$ が打ち消し合い、回路内の磁場がなくなるのである。定常状態において、回路内に外部から加えられている磁場は $\mathbf{B}$ であり、誘導される磁場を $\mathbf{B}'$ と書けば、その和はゼロであるから、

$$\mathbf{B}' = -\mathbf{B}$$

であり、起電力が生じなくなると考えられる。すなわち、式(15.13)は、

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mathbf{B} - \mathbf{B}'$$

と形式的に書くことができると考えられる。この項を用いれば、式(15.12)は、

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\mathbf{B} - \mathbf{B}' - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (15.14)$$

と書くことができる。

## 15.5 ベクトルポテンシャル

### (1) ベクトルポテンシャルの定義

磁場には、

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

という関係が常に成り立っている。数学的定理、式(11.60)によれば、このとき $\mathbf{B}$ は他のベクトルのrotである。このベクトルを $\mathbf{A}$ と書けば、

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (15.15)$$

と書くことができる。このベクトル $\mathbf{A}$ はベクトルポテンシャルとよばれる。この式の両辺にdivを取り検算してみると、

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$$

となるから、式(15.7)を式(15.15)の形式で表現することは可能である。このベクトル $\mathbf{A}$ は一般に一つに決まらない。例えば、 $\nabla\phi$ が保存的なベクトルで、 $\mathbf{C}$ を定数ベクトルとし、 $\mathbf{A}$ を次のように置き、

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \nabla\phi + \mathbf{C}$$

これを式(15.15)に代入すると



$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \nabla \times (\mathbf{A}_0 + \nabla\phi + \mathbf{C}) = \nabla \times \mathbf{A}_0 + \nabla \times \nabla\phi + \nabla \times \mathbf{C} \\ &= \nabla \times \mathbf{A}_0 \end{aligned}$$

となるから、 $\mathbf{A}_0$  もベクトルポテンシャルである。このようにベクトルポテンシャルの取りうる値というものは、無数にあることになる。取りうる値が無数にあるのでは、ベクトルポテンシャルを使って何かを計算しても結果は無数にあるということになるから、その結果はあまり意味がない。そこで、ベクトルポテンシャルの取りうる値というものに条件を与えることにする。このことは選択や定義の問題であって、適当な条件を与えることができる。一般的にベクトルポテンシャルには、

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \tag{15.16}$$

の条件が与えられる。アンペールの法則は、

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{c^2 \epsilon_0}$$

であるから、この式の左辺において、 $\nabla \times \mathbf{B}$  に  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$  を代入すると、

$$\nabla \times \mathbf{B} = \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$$

であり、条件式(15.16)より、

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = -\nabla^2 \mathbf{A}$$

よって、アンペールの法則は、

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\frac{\mathbf{j}}{c^2 \epsilon_0} \quad (15.17)$$

と書くことができる。この式を各成分に分けて書くと

$$\nabla^2 A_x = -\frac{j_x}{c^2 \epsilon_0}$$

$$\nabla^2 A_y = -\frac{j_y}{c^2 \epsilon_0}$$

$$\nabla^2 A_z = -\frac{j_z}{c^2 \epsilon_0}$$

となり、これらの式はポアソンの方程式

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

と同形であり、解くことができる。

## (2) ベクトルポテンシャルの物理的意味

磁場という概念でも、物理的な意味はかなりわかりづらいが、ベクトルポテンシャルというベクトルにrotをとったものが磁場になるというこのベクトルポテンシャルというものの物理的な意味とはいったい何なのであろうか。

14.5の磁場の数学的な導出において、

$$\mathbf{X} = \mathbf{v} \times \mathbf{E}$$

$$\mathbf{X} = c^2 \mathbf{B}$$

とにおいて、計算するとアンペールの法則が導けることを示した。この2つの方程式から、

$$c^2 \mathbf{B} = \mathbf{v} \times \mathbf{E} \quad (15.18)$$

と書くことができる。電場 $E$ を

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi$$

とおき、式(15.18)に代入し、ベクトル積の順序を変更するとマイナスになることに注意すると、

$$c^2\mathbf{B} = \nabla\phi \times \mathbf{v}$$

となる。両辺にrotをとれば、

$$c^2\nabla \times \mathbf{B} = \nabla \times (\nabla\phi \times \mathbf{v}) \quad (15.19)$$

となる。ここで、ベクトル演算の公式(11.55)によれば、

$$\nabla \times (\phi\mathbf{v}) = \nabla\phi \times \mathbf{v} + \phi(\nabla \times \mathbf{v})$$

であり、ベクトル $\mathbf{v}$ は一定の速度とすれば、式(11.52)から、 $\nabla \times \mathbf{v} = 0$ である。したがって、

$$\nabla \times (\phi\mathbf{v}) = \nabla\phi \times \mathbf{v}$$

と書くことができる。この式の両辺にrotをとれば、

$$\nabla \times \nabla \times (\phi\mathbf{v}) = \nabla \times (\nabla\phi \times \mathbf{v})$$

であるから、この式を式(15.19)に代入すれば、

$$c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \nabla \times \nabla \times (\phi \mathbf{v})$$

である。 $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$  の関係を代入すれば、

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla \times \nabla \times \left( \frac{\phi \mathbf{v}}{c^2} \right)$$

すなわち、ベクトルポテンシャルは

$$\mathbf{A} = \frac{\phi \mathbf{v}}{c^2} + \nabla \psi + \mathbf{C} \quad (15.20)$$

ただし、 $\psi$  は任意のスカラー関数、 $\mathbf{C}$  は一定のベクトル

と書くことができる。 $\psi = 0, \mathbf{C} = 0$  と置けば、

$$\mathbf{A} = \frac{\phi \mathbf{v}}{c^2} \quad (15.21)$$

は一つのベクトルポテンシャルである。このように書くとベクトルポテンシャルはポテンシャルとその運動の積に比例するものであることがわかる。すなわち、電場のような保存的な場があり、その場が運動するなら、周りの空間にはポテンシャルの運動（ベクトルポテンシャル）が生じる。

## 15.6 ファラデーの法則の定常形式の別表現

アンペールの法則を書き換えてファラデーの法則の定常形式の別表現を考えよう。

アンペールの法則は、

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{\epsilon_0 c^2}$$

と書かれる。両辺にrotをとれば、

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \nabla \times \mathbf{j} \quad (15.22)$$

ここで、ベクトル演算の公式

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{B} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B}$$

を用い、 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ であるから、式(15.22)は、

$$-\nabla^2 \mathbf{B} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \nabla \times \mathbf{j}$$

となる。オームの法則

$$\mathbf{j} = \delta \mathbf{E}$$

は近似的な実験法則で一般に成り立つとは言えないが、成り立つと見なせる場合もある。このような場合は、この関係を代入できると考えることができ、

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\epsilon_0 c^2}{\delta} \nabla^2 \mathbf{B} \quad (15.23)$$

と書くことができる。この方程式は、電流による磁場の真空中での方程式である。この式に、 $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ （ベクトルポテンシャル）を代入し、 $\mathbf{j} = \delta \mathbf{E}$ を代入すれば、よく知られた方程式、

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\frac{\mathbf{j}}{\epsilon_0 c^2} \quad \text{再(15.17)}$$

を得ることができる。したがって、式(15.23)は式(15.17)の別表現であり、定常電流による磁場は、真空中において式(15.23)であらわされる起電力を持つことがわかる。

一方、この定常磁場 $B$ の周りに導体をおけば、その導体内部の場は、ファラデーの法則の定常形式となり、

$$\nabla \times \mathbf{E}_a = 0 \quad (15.24)$$

と書かれる。真空中においては、式(15.23)で表される磁場があったが、導体中ではなくなっていることがわかる。なぜ磁場がなくなるのかと言え、15.2、15.4で述べたように、この合成電場 $E_a$ は、電場 $E$ と磁場によって生じた分極電場ベクトルとの合成であり、背反する効果によって打ち消されているものと考えれば説明することができる。この分極電場ベクトルを $E'$ と書くことにすれば、 $E_a = E + E'$ であり、式(15.24)は、

$$\nabla \times (\mathbf{E} + \mathbf{E}') = 0 \quad (15.25)$$

と書くことができる。式(15.23)と式(15.25)から、磁場による分極ベクトルは、

$$\nabla \times \mathbf{E}' = -\frac{\varepsilon_0 c^2}{\delta} \nabla^2 \mathbf{B}' = \frac{\varepsilon_0 c^2}{\delta} \nabla^2 \mathbf{B} \quad (15.26)$$

と表現される。ここに現れた $B'$ なる磁場は、磁場による分極電流により生ずる誘導磁場である。

したがって、オームの法則が成り立つと見なせる近似のファラデーの法則の定常形式の別表現は、式(15.23), 式(15.25), 式(15.26)で表される方程式群であると考えることができる。

## 15.7 電気と重力の基本的な違い

いままでは電気力学について述べてきたが、これからはこの電気力学の知識を元に重力の力学について述べることにしよう。

電気力学には静電分極のような現象があったが、このような現象がなぜ起こるかと言えば、明らかに、そのクーロンの法則で表される電荷の正負の区別と力の向きに依存している。すなわち、電荷には次の特徴がある。

- ・ 電荷は同符号の電荷に対して斥力が働く
- ・ 電荷は異符号の電荷に対して引力が働く

この背反する効果によって分極なる現象が起こるものと考えられる。

重力の場合はどうか。重力の基本的な特徴は、

- ・ 質量を持った物体は同符号の質量を持った物体に引力が働く

であり、電荷のような背反する効果は存在していない。すなわち、電荷には2種類の役割があるのに対し質量を持った物体には1種類の役割しかない。このことは、重力の力学においては、分極なる効果は存在しないと考えることができる。実際、このような効果は観測されてはいない。

また、基本的に磁気誘導という現象は静電分極のような現象の別の側面であると考えることができる。したがって、磁気誘導という現象も重力の力学においては存在していないと考えることができる。

## 15.8 重力場におけるアンペールの法則の書き換え

15.6でアンペールの法則を書き換えたのと同じ方法で、重力場におけるアンペールの法則を書き換えることができる。重力場におけるアンペールの法則は、

$$\nabla \times \mathbf{B}_g = \frac{\mathbf{j}_g}{G_0 c^2}$$

と書かれた。15.6と同じように計算すれば、

$$-\nabla^2 \mathbf{B}_g = \frac{1}{G_0 c^2} \nabla \times \mathbf{j}_g \quad (15.27)$$

と書くことができる。重力場においてもオームの法則のような形式で書ける場合はある。例えば、空気中を運動する物体の速度が十分小さければ、空気の抵抗は速度に比例すると見なせることが経験的に知られている。抵抗の比例定数を $k$ 、速度を $v$ とすれば、抵抗力 $F$ は

$$F = kmv$$

と書くことができる。抵抗力を $F = mE_g$ 、質量の流れを $\mathbf{j}_g = mv$ と置けば、

$$mE_g = k\mathbf{j}_g$$

と書くことができ、 $\delta_g = \frac{m}{k}$ と置けば、

$$\mathbf{j}_g = \delta_g \mathbf{E}_g$$

と書くことができ、オームの法則と同じ形式で書くことができる。



重力場 $E_g$ の正方向は重力場の源から無限遠点へ向けてとっており、その場による物体の運動方向は逆向きであるから、場 $E_g$ と流れ $j_g$ の方向は電気の場合と反対である。このことに注意し符号を定めれば、重力場におけるオームの法則は、

$$j_g = -\delta_g E_g \quad (15.28)$$

と書くことができる。このような関係が近似的に成り立つ場合は式(15.27)に形式的に代入することができ、

$$\nabla \times E_g = \frac{G_0 c^2}{\delta_g} \nabla^2 B_g \quad (15.29)$$

と書くことができる。重力の力学においては、電気力学のように静電分極や磁気誘導のような現象は存在しないと考えることができるから、重力場におけるファラデーの法則の定常形式というものを考えるとき、 $E_g$ のrotはゼロではないと考えられる。

## 15.9 重力場におけるファラデーの法則

ファラデーの法則を、われわれは形式的に、

$$\nabla \times E = -B - B' - \frac{\partial B}{\partial t} \quad \text{再(15.14)}$$

と書いた。何故このように書いたかと言えば、重力の力学に類推的適用を試みようと思ったからである。電気と重力の基本的な違いは、15.7で述べた点であり、逆に言えばこの点以外の数学的定式化における違いはないと考えられる。 $B = \nabla \times A$ を用いて書き換えると、

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\nabla \times \mathbf{A} - \nabla \times \mathbf{A}' - \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{A} \quad (15.30)$$

であるから、

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi - \mathbf{A} - \mathbf{A}' - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (15.31)$$

は式(15.30)の一つの解である。この方程式を重力場における形に書き換えると、磁気誘導のような現象は重力の場合存在しないから、 $\mathbf{A}'$ に相当するものはゼロであり、磁場と電場の方向の関係は、電荷が同符号に対して反発するのに対し、重力では同符号に対して引き合うからその方向は反対である。したがって、 $-\mathbf{A}$ と $-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$ に相当するものの符号は反対になるから、

$$\mathbf{E}_g = -\nabla\phi_g + \mathbf{A}_g + \frac{\partial \mathbf{A}_g}{\partial t} \quad (15.32)$$

と書くことができるだろう。電気力学と同じように、重力の力学においても

$$\nabla \cdot \mathbf{B}_g = 0 \quad (15.33)$$

の関係は明らかに成り立っており、電気力学と同じようにベクトルポテンシャルを定義でき、

$$\mathbf{A}_g = \frac{\phi_g \mathbf{v}}{c^2} \quad (15.34)$$

は重力場における一つのベクトルポテンシャルである。これを式(15.32)に代入すると、

$$\mathbf{E}_g = -\nabla\phi_g + \frac{\phi_g \mathbf{v}}{c^2} + \frac{\partial \phi_g \mathbf{v}}{c^2 \partial t} \quad (15.35)$$

と書くことができる。式(15.32)にrotをとれば、

$$\nabla \times \mathbf{E}_g = \mathbf{B}_g + \frac{\partial \mathbf{B}_g}{\partial t} \quad (15.36)$$

と書くことができる。この式が重力場におけるファラデーの法則であると考えられる。この方程式の定常形式は、

$$\nabla \times \mathbf{E}_g = \mathbf{B}_g \quad (15.37)$$

となる。ファラデーの法則は実験によって得られたものであるが、15.8で述べたように、重力場におけるアンペールの法則を書き換えると重力場におけるファラデーの法則の定常形式はゼロではないことが予想された。すなわち、理論的にも重力場におけるファラデーの法則の定常形式はゼロではないということができる。この方程式はそのことに対応するものであると考えられる。

#### 15.10 運動する重力場によって受ける力

質量を持った物体が一定の速度 $v$ で動いているとすると、その物体は運動している重力場をつくり、その場が $E_g$ であるとする、式(15.35)より、

$$\mathbf{E}_g = -\nabla\phi_g + \frac{\phi_g v}{c^2} \quad (15.38)$$

と書くことができる。 $E_g$ に質量を掛けたものが、力であるから、 $E_g$ 内に $m$ の質量の物体があるとすれば、その物体に加わる力は、

$$\mathbf{F} = m\mathbf{E}_g = m(-\nabla\phi_g + \frac{\phi_g v}{c^2}) = -m\nabla\phi_g + m\frac{\phi_g v}{c^2} \quad (15.39)$$

と書くことができる。右辺第2項はその周りにポテンシャルの流れがあることを示し、この流れによっても物体には力が加えられることになる。例えば、回転しているような惑星は周りに回転状のポテンシャルの流れをつくることになるが、この惑星の中心に向けて、その惑星の重力がほとんど無視できるほどの遠方から、理想的には無限遠点から、惑星に比べて十分軽い隕石のような物体を初速度 $v_0$ で投げるとする。隕石を無限遠点から落下させるのは、惑星の影響による初期運動量を隕石に持たせないようにするためである。このとき隕石はどのような軌道をとって惑星に落下するだろうか。

惑星が回転していなければ、隕石はまっすぐ惑星の中心へ向けて落下する。このときは式(15.39)の右辺第2項はゼロになるからである。もし、式(15.39)の右辺第2項のような項が存在しなければ、惑星が回転している場合でも、隕石は惑星の中心へ向けてまっすぐ落下することになり、惑星が回転していても、回転していなくても周りの場は変わらないことになる。式(15.39)の右辺第2項のような項が存在しないならば、重力的な磁場や重力的な磁力も存在しないということになるが、このような概念が存在することは既実験によって確かめられており、回転する重力場と回転しない重力場が同じならば、回転するジャイロと回転しないジャイロで運動状態が変わるといえることはない結論せねばならない。このようなことは明らかに間違っており、式(15.39)の右辺第2項のような項は存在し、隕石は惑星の回転方向に引きずられて螺旋状の軌道をとって落下すると考えられる。

式(15.39)の右辺第2項の速度は、重力場の源と一緒に動いているような物体には、その相対速度はゼロであり、力は加わらないから、地球上に固定した座標系などで観測するときこのような項はなくなることになる。

また、式(15.39)の右辺第2項を使えば、何故、土星には輪ができるのかといったことを説明することができるだろう。土星の直径

は地球の約10倍あり、質量は約100倍もある巨大な星であるが、回転速度は地球の約2倍くらい速く土星の一日は地球の半日程度である。このような巨大な星は巨大な重力場をつくっており、回転速度が速いから、右辺第2項の効果がより顕著に現れるのだろう。右辺第2項の効果は、惑星の表面付近で比べれば、赤道付近が最大で極付近が最小になることは明らかである。例えば、地球が公転していないものと見なすと赤道にいる人は一日で地球の外周分動いたことになるが、北極にいる人はほとんど動かないことになるからである。したがって、回転している惑星の周りの場は赤道付近が最大で、極付近が最小となり、惑星の周りにはある物体は赤道の周りに集められることになるのである。

#### 15.11 運動する重力場のエネルギー

式(15.39)の右辺第2項は、運動する重力場のエネルギーは保存されないことも示している。物体を加速させると、その物体は外部から力を加えない限り永遠に運動し続けるということは慣性の法則から言えることであるが、運動する物体というのは運動する重力場の源でもある。一定の速度で動く重力場による力は式(15.39)で表されるが、この式の右辺第1項はいわゆる保存力であるが、第2項は保存力ではない。例えば、物体を回転させるとその物体は外部から力を加えない限り永遠に回転し続けるが、その物体の周りは回転重力場となっており、その物体の周りに別の物体を置けば、この別の物体は第2項の回転方向に関する力を受けることになる。このような回転力を周回積分しても、それはゼロにはならない。したがって、その力は保存力ではない。また、回転重力場の源の物体が、周りの物体に力を加えたことで、その回転エネルギーを失うと考えることはできない。例えば、水流のアナロジーで考えると、水面にある水車を回転させると周りの水は水車の回転エネルギーを受けて動き出す。この水流の場に別の物体を持ってくれば、その物体は水流による力を受けて動き出す。このとき物体は水流の場のエネルギー

によって加速されたことになるが、この水流の場のエネルギーを使おうと、使うまいと、水車を回転させるに要するエネルギーは変化しない。重力場の場合、物体を回転させておくのにエネルギーは必要ない。回転している重力場はこの水流の場のように周りの物体にエネルギーを与えることができる。したがって、このエネルギーは保存されず、この力を使えば無限のエネルギーを取り出すことができるのである。

このことは運動している重力場に関してエネルギー保存の法則と云ったものは成り立たないことを示す。物理学の世界に存在するいくつかの保存則の中で、特別の地位が与えられたエネルギー保存の法則というものは、エネルギーに関して、全ての保存則を包括するといった内容のものである。エネルギー保存の法則というものを物理学者はとても重要な物理法則であると考えているようであるが、この法則というものは、何か特定の現象に対して述べられたものではなく、むしろ、哲学的なものであることは誰もが認めるところである。すなわち、この法則というものは実験事実によって得られたものでもなければ、既存の知識を理論的に構成することによって得られたものでもない。実際、この法則が正しいものであると証明できる人はいない。なぜなら、この法則は、物理学者がまだ知らない未知のことを含めても成り立つといった法則だからである。

この法則は、物理学の法則であると言えるのだろうか。少なくとも、この法則に従わないものは真の物理学ではないと主張できるだけの物理的な根拠をこの法則は持っていない。むしろ、この空想の法則に従うように物理学の法則をつくらうとするために、現実世界を反映すべき物理学が、空想世界の物理学となっている弊害が物理学の知識の中に見られるのである。

## 15.12 重力利用型の永久エネルギー機関

第14章で述べたように、地球などの外部重力場の中でジャイロを回転させることにより、このジャイロ全体を推進させることができ

る(図14.7)。このことは保存力場のエネルギーを取り出していることになる。第12章では風の保存力場からエネルギーを取り出すにはプロペラのような風車を用いて、保存力場を局所的に非保存力場に変換することができるかと述べた。ジャイロはこの風車のような役割をしており、ジャイロを回転させることによって、このジャイロによる回転重力場と地球重力場が重ね合わせられ、局所的な非保存力場がつくられる。ジャイロの回転速度は、機械的な抵抗を無視すれば低下しない。この推進装置による推進力には、外部からのエネルギーを必要としないだろう。なぜなら、ジャイロの回転速度を下げる効果がないからである。したがって、この推進力を利用すれば、エネルギーを取り出すことができるだろう。この装置が既に推進することは実験により確かめられており、エネルギーを取り出せるか取り出せないかは、エネルギー保存の法則という先入観に人々がどれだけ自由でいられるかといった、心理的な要素にかかっている。

また、第14章で考えた円錐型のジャイロによる推進装置というものもエネルギーを使うことなく推進力を発揮することができるだろう。

エネルギー保存の法則によれば、内部のおもりをいかに動かそうとも、その物体は一定の方向に推進しないということが証明されるという。しかしながら、現実にはこのような装置は推進するのであるから、この面においてもエネルギー保存の法則は、成り立たないことが示される。

### 15.13 相対運動における相互作用

均等な質量分布の無限に長い線状の物体を2本平行に置き、それぞれを $A, B$ と呼ぶことにする。始めに $A, B$ は慣性座標系 $S$ の中で静止しており、 $A$ のみを一定の速度 $v$ で線状物体の線に沿って運動させるとする。本論で得られた結論によれば、 $B$ は $A$ の運動方向に引きずられて動き出すことになる。

このように運動するとすれば、エネルギー保存の法則が成り立たないことになることは再三述べた。ここでは、相対運動的にどうなるかということについて考えよう。

$A$ と一緒に動く座標系 $S_A$ から観測すると、 $B$ は反対方向に $v$ の速度で運動していることをこの座標系から見て観測することになる。物理学者の一般的な見解によれば、座標の選び方は任意であるから、 $A$ が動いているのか、 $B$ が動いているのかは区別できない。問題にできることは、両者の相対速度のみである。このように考えると、本書の結論にしたがえば、 $A$ は $B$ の運動に引きずられて動き出さねばならない。このことは、 $S$ から見た $A$ の速度が低下することを意味する。結局、 $A, B$ の速度は、 $S$ から見て、両者ともに $v/2$ となり、エネルギーは保存されるはずである。したがって、本書で述べたような結論は正しくないものであると主張されるかもしれない。このような考えが誤っていることをわれわれは証明できる。慣性速度を使えば動いているのは、 $A$ であって $B$ ではないということが出来るからである。このことについては既に詳しく説明したから、このことに疑いを持っている人はいないだろうが、わかりやすく説明するため、流体に関する類推的な事実を述べることにしよう。

風を起こしたり、受けたりすることができるようなフィンのついた無限に長い線状の棒を線状物体の思考実験と同じように2本平行に置き、それぞれを $A, B$ と呼ぶことにする。初めに $A, B$ は空気存在を認めた近似的な慣性座標系 $S$ の中で静止しているとする。つぎに外部からエネルギーを供給し続けることにより $A$ のみを一定の慣性速度 $v$ で線状の棒の線に沿って運動させるとする。このとき、 $B$ は、 $A$ による風を受け、 $A$ の運動方向に引きずられて動き出すことになる。 $A$ と一緒に動く座標系 $S_A$ から観測すると、 $B$ は反対方向に $v$ の速度で運動していることをこの座標系から見て観測することになる。しかし、 $A$ は $B$ からの風を受けるわけではない。したがって、 $A$ は $B$ による影響を受けて、速度が変化するということはない。 $A$ の



速度に影響を与えるのは、 $B$ の有無に関係ない空気の抵抗によるものである。

風を起こすためには、空気の抵抗が必要で、空気の抵抗を減らせば、風力は小さくなる。その点では、風力と空気の抵抗は比例しており、このことによって、エネルギーは保存される。一方、重力の風に例えられる重力場の流れを維持するのに、抵抗は存在しないというのが、慣性の法則である。そして、この重力場の流れによって周りの物体が力を受けるとするのであれば、重力に関してはエネルギーは保存されなくなるのである。

#### 15.14 エネルギーが保存されるということ

8.8 でも述べたように、静止している物体に力を加え続けるにはエネルギーが必要である。例えば、この力が風の場合によるものとする、風の場合では空気の運動エネルギーが低下するから全体としての風の場合のエネルギーは減る。このことは、静止している物体に空気の粒子が衝突し、この空気の粒子の運動エネルギーが静止している物体に加えられ、空気の粒子は反作用の効果によって、その運動エネルギーを失うということである。

エネルギーを保存させるのは、反作用の効果である。例えば、2つの球を衝突させる実験で、反作用がないと仮定してみる。静止している球 $A$ に運動している球 $B$ が衝突すると、 $B$ は $A$ に力を及ぼし $B$ の運動量を与える。普通は反作用により、 $B$ はこの力と反対方向の力を受け運動量を失うが、反作用がないと仮定すると $B$ は衝突前と同じ運動量を持つことになる。ここで、 $A$ には $B$ の運動量が増えられたことになるから全体の運動量は $B$ の運動量の2倍ということになり、エネルギーは衝突前より、衝突後で $B$ の運動量分だけ増えることになる。このとき、エネルギーは保存されないことになる。

加速される物体で加速させた効果に反作用が及ぼされたか判断する方法がある。加速される物体に慣性加速度が働いた場合は反作用

を及ぼし、慣性加速度が働かない場合は反作用を及ぼしていないと考えることができる。もし、物体が押されることによって、その反動がなければ物体を押した方の物体に力を及ぼすことはできないだろう。この反動という量が、慣性加速度であるから、物体に慣性加速度があるとき、そこに反作用があると考えることができる。

普通、物体を押すと押された物体の慣性加速度は必ず変化するが、すぐにわかるように重力によって加速させられる場合は、慣性加速度は変化しない。このことは重力によって物体を加速させるとき、反作用の効果がないことを示している。反作用の効果によって、加えられるエネルギーは減ることになるが、重力の場合はこの反作用の効果がないのであるから、重力の効果は、物体に力を加えても減衰しないと考えることができる。実際、重力の効果は途中の物体に力を及ぼしても減衰しないと考えられている。もし、減衰するなら、地球重力はその表面までほとんど伝わってくることはないだろう。

基本的に重力の場は力場であり、力を伝えることができるから、その場はエネルギーを伝えることができる。重力場内にある物体は加速させられるのであるから、その物体にはエネルギーが加えられる。エネルギーが保存されるためには風の場合のように、物体を加速した分だけ場のエネルギーは減らねばならない。ところが、重力の場は物体を加速させてもその場のエネルギーは減衰しない。このことは重力に関して、エネルギーは保存されないことを示している。重力場というものは無限のエネルギーの供給源になっているのである。

